

دبیرستان غیردولتی هدی دوره دوم تاریخ آزمون: ۹۹/۱۰/۲۹ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه دبیرستان آموزش و پرورش ناحیه ۴ دبیرستان غیردولتی هدی (دوره دوم) آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹ تعداد صفحات: ۲ تعداد سؤال: ۱۴	باسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ دبیرستان غیردولتی هدی آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹ تعداد صفحات: ۲ تعداد سؤال: ۱۴	نام و نام خانوادگی : سئوالات امتحان درس : ریاضیات گسسته پایه : دوازدهم رشته : ریاضی نام دبیر : خانم علم خواه
تاریخ تصحیح: ۹۹/۱۰ / نمره : با عدد () نمره با حروف: () امضای دبیر:		
ردیف	شرح سوالات	بارم
1	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. گزاره های درست را ثابت کنید و برای گزاره های نادرست مثال نقض بزنید. الف) اگر به حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی یک واحد اضافه گردد حاصل مربع کامل است. ب) اگر $a b$ و $c d$ آنگاه $a+c b+d$. ج) اگر $\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha^2 < \beta^2$	1/5
2	گزاره های زیر را با روش های مشخص شده ثابت کنید. الف) اگر a مضرب 3 نباشد آنگاه $a^2 - 1$ مضرب 3 است. (با در نظر گرفتن همه حالتها) ب) اگر α, β دو عدد گنگ باشند و $\alpha + \beta$ گویا باشد نشان دهید $\alpha - \beta$ گنگ است. (برهان خلف)	2
3	گزاره زیر را با روش بازگشتی ثابت کنید. برای هر دو عدد حقیقی x, y داریم: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$	1
4	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) عدد 29781 به دسته هم نهشتی در پیمانه 11 تعلق دارد. ب) م.م دو عدد زوج متوالی برابر است با ج) حاصل $[m^7, (m^5, m^2)]$ برابر است با (m عددی صحیح است)	1/5
5	الف) اگر $a b$ و $b c$ نشان دهید $a c$ ب) اگر $a \equiv b$ و $c \equiv d$ نشان دهید $a+c \equiv b+d$ (همنهشتی ها در پیمانه m هستند).	2
6	الف) در تقسیم عدد صحیح a بر 7 باقیمانده 3 است باقیمانده تقسیم $4a+20$ بر 28 چقدر است؟ ب) در تقسیم عدد a بر 47 باقیمانده از 4 برابر خارج قسمت 5 واحد کمتر است بیشترین مقدار a را بیابید.	2
7	اگر $a 4k+2$ و $a 5k+7$ در این صورت بزرگترین مقدار a چقدر است؟	1
8	الف) باقیمانده تقسیم عدد $2^{101} - 2020$ را بر 15 به دست آورید. ب) رقم یکان $7^{30} + 12$ را بیابید.	1/5

9	امروز دوشنبه 29 دی می باشد اول مرداد امسال چه روزی بوده است؟ (با راه حل)	1
10	معادله همنهشتی مقابل دارای جواب است a به چه صورت است؟ $4x \equiv 3a + 1 \pmod{6}$	1
11	یک بسته 200 کیلو گرمی را به چند طریق می توان با وزنه های 7 و 3 کیلو گرمی وزن کرد؟	1/5
12	نمودار گراف G به صورت مقابل می باشد به سوالات زیر پاسخ دهید. (الف) مجموعه های $V(G)$ و $E(G)$ را بنویسید. (ب) دور به طول 3 و دور به طول 4 معرفی کنید. (ج) مجموعه همسایگی باز C را بنویسید. (د) گراف $\bar{G}$ را رسم کنید.	2
13	مجموع مرتبه و اندازه یک گراف کامل 28 است. در این گراف $\Delta + \delta$ را بیابید.	1
14	گراف های زیر را رسم کنید. (الف) 2-منتظم از مرتبه 6 که همبند نباشد. (ب) گرافی از مرتبه 5 و اندازه 5 به طوری که یک راس آن ایزوله باشد.	1
	در پناه حق موفق و پیروز باشید.	20

$$\text{الف) } (2k+1)(2k+3) + 1 = 4k^2 + 8k + 4 = (2k+1)^2 \checkmark$$

الف) درست

$$\text{ب) } 2 \mid 4, 3 \mid 12 \quad 5 \nmid 18$$

ب) نادرست

$$\text{ج) } -3 < -2 \quad (-3)^2 \neq (-2)^2$$

$$\text{الف) } a \neq 2k \Rightarrow \begin{cases} a = 2k+1 \rightarrow a^2 - 1 = 4k^2 + 4k = 4k \checkmark \\ a = 2k+2 \rightarrow a^2 - 1 = 4k^2 + 12k + 4 = 4k \checkmark \end{cases}$$

الف) درست

$$\text{ب) } \left. \begin{matrix} \alpha - \beta \\ \alpha + \beta \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{گویا} \\ \text{گویا} \end{matrix} \Rightarrow (\alpha - \beta) + (\alpha + \beta) \in \mathbb{Q} \quad \text{فرض خلف: } \alpha - \beta \text{ گویا باشد} \\ 2\alpha \in \mathbb{Q} \Rightarrow \alpha \in \mathbb{Q} \quad \text{پس } \alpha - \beta \text{ گویا است.}$$

$$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \xLeftrightarrow{x^2} \quad 2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y \xLeftrightarrow{x^2 + x^2} \quad \widehat{y^2 + y^2} \quad \widehat{1+1}$$

ب) درست

$$(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0 \checkmark$$

$$|m^v| \quad \text{ج) } 2 \quad \text{ب) } 4 \quad \text{الف) } 4$$

ج) درست

$$\text{الف) } a \mid b \Rightarrow \exists q \in \mathbb{Z} : b = aq \Rightarrow c = (aq)q' \Rightarrow c = a(qq') \Rightarrow a \mid c$$

الف) درست

$$b \mid c \Rightarrow \exists q' \in \mathbb{Z} : c = bq'$$

$$\text{ب) } \left. \begin{matrix} a \equiv_m b \\ c \equiv_m d \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} m \mid a-b \\ m \mid c-d \end{matrix} \Rightarrow m \mid (a-b) + (c-d) \Rightarrow m \mid (a+c) - (b+d) \Rightarrow a+c \equiv_{m'} b+d$$

$$\text{الف) } a = 7q + 3 \Rightarrow 4a + 20 = 4(7q + 3) + 20 = 28q + 32 \quad \widehat{28q + 4}$$

الف) درست

$$4a + 20 = 28(\underbrace{q+1}_{q'}) + 4 \quad \boxed{r=4}$$

$$\text{ب) } a = 47q + \underbrace{4q-5}_r \quad r < b \Rightarrow 4q-5 < 47 \rightarrow 4q < 52 \rightarrow q < 13 \quad \max q = 12$$

$$a = 47(12) + (4 \times 12 - 5) = 569$$

$$\text{الف) } 2^{101} - 2 \cdot 20 \equiv_{15} ? \quad 2^4 \equiv_{15} 1 \rightarrow (2^4)^{25} \equiv_{15} 1 \Rightarrow 2^{100} \equiv_{15} 1 \xrightarrow{\times 2} 2^{101} \equiv_{15} 2$$

الف) درست

$$20 \cdot 20 \equiv_{15} 10 \Rightarrow 2^{101} - 2 \cdot 20 \equiv_{15} -8 \equiv_{15} 7 \checkmark$$

$$\text{ب) } 7^2 \equiv_{10} -1 \Rightarrow 7^{10} \equiv_{10} 1 \rightarrow 7^{10} + 12 \equiv_{10} 13$$

$$d = 30 + 31 + 3(30) + 29 = 180$$

دی ۳۰ روز شنبه ۳۱ روز یکشنبه ۳ روز دوشنبه ۲۹ روز سه شنبه

چهارشنبه برده

$$180 \div 5 = 36$$

د	س	چ	پ	ج	س
۰	۱	۲	۳	۴	۵
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱

$$(4,4)=2 \quad 2|3a+1 \Rightarrow 3a \equiv -1 \pmod{2} \Rightarrow 3a \equiv 1 \pmod{2} \rightarrow a \equiv 1 \pmod{2}$$

۰. فرد است $a = 2k+1$

$$7x + 3y = 200 \quad (7,3)=1, 1|200 \checkmark$$

$$-4x(7x \equiv 200) - 19x \quad x \equiv 2 \Rightarrow \boxed{x = 3k+2} \xrightarrow{\text{جایگزینی}} 7(3k+2) + 3y = 200$$

$$3y = -21k + 184 \rightarrow y = -7k + 42$$

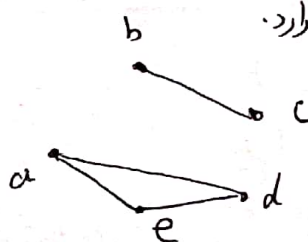
$$\begin{cases} x \geq 0 \rightarrow 3k+2 \geq 0 \rightarrow k \geq -\frac{2}{3} \\ y \geq 0 \rightarrow -7k+42 \geq 0 \rightarrow k \leq \frac{42}{7} \end{cases} \rightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq 6 \rightarrow k = 0, 1, 2, \dots, 6$$

جواب

$$\text{الف) } V = \{a, b, c, d, e\} \quad E = \{ab, ac, be, bd, ce, cd\}$$

$$\text{ب) } abeca \quad \text{در هر طول ۳ ندارد}$$

$$\text{ج) } N(c) = \{a, e, d\}$$



$$q = \frac{P(P-1)}{2}$$

$$P + \frac{P(P-1)}{2} = 18 \rightarrow P^2 + P - 36 = 0$$

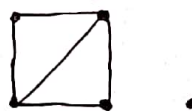
$$\Delta = 8 = 4 \rightarrow \boxed{\Delta + 8 = 12}$$

$$(P+8)(P-7) = 0 \quad \begin{cases} P=7 \checkmark \\ P=-8 \times \end{cases}$$

الف)



ب)



پایان